第二学期期末《高等代数》试题（闭卷）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	复核人
得 分										

一、填空题（每题 2 分，共 12 分）：

得 分	
阅卷人	

1. τ(371426589) =(　　　　　　).
2. 矩阵的行秩是指(　　　　　　　　　　　　).
3. 求多项式$x^5+x^4-6x^3-14x^2-11x-3$的所有的有理根（　　　　　）.
4. 设A为可逆方阵，$0\neq k\in F$则$(kA)^{-1}=$（　　　　　　　　）.
5. 用综合除法的计算$f(4)=$（　　　　　），其中$f(x)=x^4-3x^3+6x^2-10x+16$
6. 如果向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$中有一个部分组线性相关，那么整个向量组线性（　　　　）。

二、判断题（每题 2 分，共 14 分）：对者划“✓ ”，错者划“× ”.

得 分	
阅卷人	

1. 零多项式只能整除零多项式.(　　　　　)
2. 若$(f,g)=1,(f,h)=1$，则 $f(,gh)=1$；（　　　）
3. n阶行列式D_n中有n个元素为零, 则$D_n=0$.(　　　)
4. 设A为n阶方阵,若对任意的n阶B均有$AB=B$，则$A=E$.(　　　　　)
5. 非齐次线性方程组$AX=B$有解,则解唯一的充要条件为$AX=0$只有零解.（　　　　）
6. 若$m\times n$矩阵A的秩为r, 则存在A的$r+1$阶子式不为零.（　　　　）
7. 若$h(x)$的首项系数为 1，则$(f(x),g(x))h(x)=(f(x)h(x),g(x)h(x))$。(　　　　　　。)

三、选择题（每题 2 分，共 10 分）：

得 分	
阅卷人	

1. 若$\deg f(x)=m,\deg g(x)=n$, 且$f(x)+g(x)\neq 0$, 则(　　　　　　　　).

A. $\deg(f(x)+g(x))=m+n$　　　B. $\deg(f(x)+g(x))=\min\{m,n\}$

C. $\deg(f(x)+g(x))\leq \max\{m,n\}$　D. $\deg(f(x)g(x))=mn$

2. 设A,B均为n阶可逆方阵，则(　　　　　　　　).

A. AB可逆　　B. $A-B$可逆　C. $A+B$可逆　　D. kA可逆，k为数域F中任意数

3. α$_1$，…，α$_r$（r>1）线性相关的充要条件是(　　　)

A 其中每一向量都可由其余向量线性表示。

B.其中有一向量可由其余向量线性表示。

C. 其中至少有一向量可由其余向量线性表示。

D. 其中至多有一向量可由其余向量线性表示。

4．设A是数域P上的n级矩阵，A^*是A的伴随矩阵，则$A^*A=AA^*=$(　　　　　　).

A. 单位矩阵E　　B. $|A|E$　　C. $|A^{-1}|E$　　D. $\frac{E}{|A|}$

5．下列关于多项式的结论正确的是(　　　　　　).

A. $\frac{1}{3}$是多项式　　B. x^{-2}是多项式　　C. 0 不是多项式　　D. 任何多项式都有次数

四、计算行列式（每题 10 分，共 20 分）：

得　分	
阅卷人	

1. $D=\begin{vmatrix} 2 & -26 & 14 & -4 \\ -2 & 2 & -5 & 2 \\ 3 & 0 & 17 & 7 \\ 1 & -4 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

2. $D_n=\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$　$(a_i\neq 0, i=1,2,\cdots,n)$.

五、（18 分）：

得　分	
阅卷人	

λ取何值时，下述方程组有唯一解，无解，无穷多解;在方程组有解时,求其一般解.

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

六、（10 分）：证明：设 $f(x), g(x) \in F[x]$,若 $f(x) \mid g(x)$，且 $g(x) \mid f(x)$，那么 $f(x) = cg(x)$,其中 $0 \neq c \in F$.

得　分	
阅卷人	

七、（10 分）：设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2 = A$, 证明 $E + A$ 可逆, 并求逆.

得　分	
阅卷人	

八、（6 分）：证明: n 阶实对称矩阵 A 正定, 则存在可逆矩阵 $C \in R^{n \times n}$, 使得 $A = C^T C$.

得　分	
阅卷人	