第二学期《高等代数》(上)考试试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	复核人
得分											

一、填空题(每空 2 分共 12 分)

.	
阅卷人	

1. 设 p(x)不可约，f(x)为任意多项式，若(f(x)，p(x))≠1,则 p(x) 与f(x)的关系是(　　　　　　　)。

2.有理数域上有 (　　　　　) 次数的不可约多项式。

3. 设 D＝$\begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$，则 $A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}=$（　　　　）。

4.含有 n 个未知量 m 个方程的齐次线性方程组，若 m<n,则方程组有（　　　　　）。

5．如果$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$中有一个部分组线性相关，那么整个向量组线性（　　　　　）。

6．若 AB=AC,则当（　　　　　　）时有 B=C。

二．判断:对者划“✓ ”，错者划“× ”(每空 2 分共 12 分)。

得分	
阅卷人	

1．若 $d(x)=u(x)\ f(x)+v(x)\ g(x)$ 则 $d(x)\mid f(x)$ 且 $d(x)\mid g(x)$ ．（　　　　　）。

2．$p(x)$不可约，$p(x)\nmid f(x)$，$p(x)\nmid g(x)$,则$p(x)\nmid f(x)g(x)$(　　).

3.当$k_1=\cdots=k_r=0$时，$\sum_{i=1}^{r}k_i\alpha_i=0$，则$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$线性无关（　　　　）.

4.每一个含有非零向量的向量组都有极大无关组。(　　　　)

5. 若 A、B 为 n 阶矩阵，且 A≠0, B≠0, 则有|AB|≠0.（　　　）

6.若$A^2=E$,则 A=E 或 A=$-E$。(　　　　)

_三.选择(每空 2 分共 6 分)

得分	
阅卷人	

1.代数基本定理适用于（　　　）

A. Q,　B. R,　C. K,　D.任意数域

2.设 $A_{m\times n}$，则 A 的所有 k 阶子式的个数为（　　）个。

A. C_m^k ；　B. C_n^k ；　C. $C_m^k C_n^k$ ；　D. $C_m^k + C_n^k$

3.设 A,B 均为 n 阶方阵，则（　　　）

A. $(AB)^T = A^T B^T$；　B. $(A^T B)^{-1} = B^{-1}(A^{-1})^T$ ；

C. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$；　D. $(kA)^{-1} = kA^{-1}$(k≠0)

四．计算(10 分)

得分	
阅卷人	

设 $D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$，$D_2 = \begin{vmatrix} -1 & -9 & -2 & 3 \\ -5 & 5 & 3 & -2 \\ -12 & -6 & 1 & 1 \\ 9 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$,

（1）.求 $D_1 D_2$；

（2）.利用（1）的结果求 D_2。

得分	
阅卷人	

五.(10 分)计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} x & y & y & \cdots & y \\ y & x & y & \cdots & y \\ y & y & x & \cdots & y \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y & y & y & \cdots & x \end{vmatrix}$。

得分	
阅卷人	

六.(10 分)　已知 $A=\begin{pmatrix}2&1&0\\1&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\\2&1\end{pmatrix}$，求矩阵 X 使之满足 AX＝X＋B.

七.证明(15 分)

得分	
阅卷人	

1. 已知向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性无关，令

$$\beta_1=\alpha_1,\ \beta_2=\alpha_1+\alpha_2,\ \cdots,\ \beta_m=\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_m,$$

证明：向量组$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$的线性相无关.

2.设线性方程组$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2\\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3\end{cases}$ (Ⅰ) 的系数行列式 D≠0，不用 Cramer 法则证明(Ⅰ)有解且有唯一解，$x_i=D_i$/D.其中D_i为 D 的 i 列换为常数列所得。

八.(10 分)证明:设 p(x)不可约，且 p(x)$\mid f_1(x)f_2(x)$,证明 p(x)$\mid f_1(x)$或 p(x)$\mid f_2(x)$.

得分	
阅卷人	

九.(15 分)证明：设方阵 A 满足 $A^2+A-4I=0$，证明：A 及 $A+2I$ 都可逆，并求其逆.

得分	
阅卷人	