第二学期期末《高等代数》试题（闭卷）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	复核人
得 分										

一、填空题（每题 2 分，共 12 分）：

得 分	
阅卷人	

1. $n!(n\ge 2)$个n元排列中奇排列有(　　　　　　)个.
2. 设六阶方阵A的秩等于 4, 则A的伴随矩阵A^*的秩等于(　　　　　　　　　　　　　　).
3. 实数域上次数大于（　　　　　　　）的多项式都是可约的.
4. 设A为可逆方阵, $0\ne k\in F$则$(kA)^{-1}=$（　　　　　　　　　　）.
5. 复数域上的n次多项式恰好有(　　　　　　　　　　　)个复根(重根按重数计算).
6. 如果向量组$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$线性无关，则其任一非空的部分组必线性（　　　　　　　）.

二、判断题（每题 2 分，共 12 分）：对者划“✓ ”，错者划“× ”.

得 分	
阅卷人	

1. 任一数域必包含有理数Q.(　　　　　　)。
2. n阶行列式D_n中有n个元素为零, 则$D_n=0$.(　　　　　)
3. 若n阶方阵A,B均可逆，则AB可逆.(　　　　　　)
4. n元齐次线性方程组两个解的差还是方程组的解.（　　　　）
5. 若$m\times n$矩阵A的秩为r, 则A的任意$m(m>r)$阶子式均为零.（　　　　　）
6. n阶方阵A可逆, 则$r(A)=r(A^2)$.（　　　　）

三、选择题（每题 2 分，共 6 分）：

得 分	
阅卷人	

1. 若$\deg f(x)=m,\deg g(x)=n$, 且$f(x)+g(x)\ne 0$, 则(　　　　　　　　　).

　A. $\deg(f(x)+g(x))=m+n$　　　B. $\deg(f(x)+g(x))=\min\{m,n\}$

　C. $\deg(f(x)+g(x))\le\max\{m,n\}$　D. $\deg(f(x)g(x))=mn$

2. 若齐次线性方程组$AX=0$的系数矩阵的行列式$|A|=0$，则（　　　　　　　　）.

　A. 方程组有解,但不一定有非零解　B. 方程组一定有非零解　C. 只有零解　D. 不一定有解

3. 设A,B均是n阶方阵，$|A|=2,|B|=-3$，则$|2A^*B^{-1}|=$（　　）

　（A）$-\dfrac{2^{2n-1}}{3}$　　　　（B）$(-1)^n\dfrac{2^{2n-1}}{3}$

　（C）$-\dfrac{2^{n-1}}{3}$　　　　（D）$-\dfrac{2^n}{3}$

四、计算行列式（每题 10 分，共 20 分）：

得　分	
阅卷人	

1. $D_n=\begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a & x & a & \cdots & a \\ a & a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$.

2. $D_n=\begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ -a & x & a & \cdots & a \\ -a & -a & x & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a & -a & -a & \cdots & x \end{vmatrix}$.

五、（24 分）：

得　分	
阅卷人	

a 取何值时，下述方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + ax_2 - x_3 = 1 \\ ax_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases}$$

(1)有唯一解;(2)无解 ;(3)无穷多解 ;在方程组有无穷多解时,求其一般解.

六、（10 分）：证明：设 $f(x), g(x) \in F[x]$,若 $(f(x), g(x)) = 1$，且 $f(x) \mid g(x)h(x)$，则 $f(x) \mid h(x)$.

得　分	
阅卷人	

七、（10 分）：设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2 = A$, 但 $A \neq E$ 证明 $|A| = 0$.

得　分	
阅卷人	

八、（6 分）：证明:设 A 为 n 阶复对称矩阵, 则存在复矩阵 C, 使得 $A = C^T C$.

得　分	

阅卷人	