第二学期期末《高等代数》试题（闭卷）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	复核人
得 分										

一、填空题（每题 2 分，共 14 分）：

得 分	
阅卷人	

1. 确定数a,b,c满足的条件（　　　　　　），使$x^2+ax-1|x^3+bx+c$；

2. 矩阵的行秩是指（　　　　　　　　　　　　）.

3. $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，则$A^{-1}=$（　　　　　　　　　）.

4. 若$r(A_{n\times n})=n$，A^*为A的伴随矩阵，则$r(A^*)=$（　　　　　　　　　）.

5. 利用定义计算下列行列式. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}=$（　　　　　　）

6. 若向量组$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$线性相关，则向量组$\alpha_1,\cdots,\alpha_r,\beta_1,\cdots,\beta_t$必定线性（　　　　　　）

7. 复数域上只有（　　　　）次多项式不可约。

二、判断题（每题 2 分，共 12 分）：对者划“✓ ”，错者划“✗ ”.

得 分	
阅卷人	

1. 设$(f(x),g(x))=1$，则存在唯一的$u(x),v(x)$，使$f(x)u(x)+g(x)v(x)=1$.（　　　　　　）

2. n阶行列式D_n中有一行元素全为零，则$D_n=0$.（　　　　）

3. 若n元齐次线性方程组中方程的个数小于n，则它有非零解.（　　　　）

4. 设A,B为n阶方阵，若$AB=B$，则$A=E$.（　　　　　　）

5. 若$m\times n$矩阵A的秩为r，则存在A的$r+1$阶子式不为零.（　　　　）

6. 设不可约多项式$p(x)$是$f'(x)$的$k-1$重因式. 则$p(x)$是$f(x)$的k重因式.（　　　　）

三、选择题（每题 2 分，共 10 分）：

得 分	
阅卷人	

1. 下列形式表达式不是一元多项式的是（　　　　　　　　）.

　A. $\frac{1}{3}$　　　B. x^{-2}　　　C. 0　　　D. $1+x+x^2+\cdots+x^n$

2. 已知n阶方阵A的元素中零的个数多于n^2-n，则（　　　　　）.

　A. $r(A)=0$　　B. $r(A)=n-1$　　C. $r(A)\le n-1$　　D. $r(A)=n$

3. 设 A,B 均为实方阵，则（　　　）.

　A. AB 秩=max{A 秩,B 秩}；　　B. AB 秩=min{A 秩,B 秩}

　C. AB 秩=BA 秩　　　D. 以上都不对。

4. α_1，…，α_r（r>1)线性相关的充要条件是(　　　　)

A 其中每一向量都可由其余向量线性表示。

B.其中有一向量可由其余向量线性表示。

C. 其中至少有一向量可由其余向量线性表示。

D.　其中至多有一向量可由其余向量线性表示。

5. 下列矩阵不一定为方阵的是（　　）

（A）对称矩阵　　　　　　　　　　（B）可逆矩阵

（C）n阶矩阵的转置矩阵　　　　　（D）线性方程组的系数矩阵

四、计算行列式（每题 10 分，共 20 分）：

得　分	
阅卷人	

1. $D=\begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ 1 & a_1+b_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ 1 & a_1 & a_2+b_2 & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n+b_n \end{vmatrix}$.

2. $\begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1-\alpha_1 & \alpha_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-\alpha_2 & \alpha_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-\alpha_{n-1} & \alpha_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1-\alpha_n \end{vmatrix}$.

五、（15 分）：

得　分	
阅卷人	

λ取何值时，下述方程组有唯一解，无解，无穷多解;在方程组有解时,求其一般解.

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

六、（10 分）：设 $p(x)$ 不可约，且 $p(x) \mid f_1(x) f_2(x)$,证明 $p(x) \mid f_1(x)$ 或 $p(x) \mid f_2(x)$.

得　分	
阅卷人	

七、（10 分）：设n阶矩阵A满足$A^3=0$, 证明$E-A$可逆, 并求其逆.

得　分	
阅卷人	

八、（9 分）：矩阵 A 称为对称的，如果$A'=A$．而称$A'=-A$的矩阵为反对称的，证明对$\forall A\in F^{n\times n}$，均有唯一的$B$和$C$　，使$A=B+C$，其中$B'=B,C'=-C$.

得　分	

阅卷人	